INTERVALLI

Si ricorda che, dati uno o più valori numerici, scritti in ordine crescente, dividono l'insieme dei numeri reali in intervalli. Ecco lo schema in cui gli intervalli vengono nominati (dove a e b sono due numeri tali che $a < b$). Possono anche essere uno solo (in questo caso non c'è l'intervallo centrale) o più di due (comunque scritti in modo crescente). Se i valori sono due (ordinati, cioè $a < b$), gli intervalli sono tre, e quello centrale viene indicato con la notazione $a < b$.

$$x < a \quad \Big| \quad a < x < b \quad \Big| \quad b < x$$

Con questa notazione si intendono gli intervalli senza gli estremi: se uno o ambedue gli estremi sono inclusi nell'intervallo si sostituisce $<$ con $\leq$ in corrispondenza dell'estremo appartenente all'intervallo.

DISEQUAZIONI POLINOMIALI

Dopo aver scomposto il polinomio e studiatone il segno, si prendono gli intervalli positivi se c'è > 0 , quelli negativi se < 0 .

La presenza del segno $\leq$ o del segno $\geq$ sta invece ad indicare che vanno presi anche gli zeri del polinomio, e quindi gli intervalli comprenderanno anche gli estremi (usare pertanto il segno $\leq$).

<p style="text-align: center;">$12x^2 + 12x + 3x^3 < 0$</p> <p>$3x^3 + 12x^2 + 12x = 3x(x^2 + 4x + 4) = 3x(x + 2)^2$</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">+</td><td style="text-align: center;">R</td><td style="text-align: center;">M</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">x</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$(x + 2)^2$</td><td style="text-align: center;">-2</td><td style="text-align: center;">2</td></tr> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $- \quad \Big \quad -2 \quad \Big \quad - \quad \Big \quad 0 \quad \Big \quad +$ </div> <p style="text-align: center;">$x < -2 \quad \quad -2 < x < 0$</p>	+	R	M	x	0	1	$(x + 2)^2$	-2	2	<p style="text-align: center;">$4 + x^4 - 5x^2 \geq 0$</p> <p>$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1)$</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">+</td><td style="text-align: center;">R</td><td style="text-align: center;">M</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$x + 2$</td><td style="text-align: center;">-2</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$x - 2$</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$x + 1$</td><td style="text-align: center;">-1</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">$x - 1$</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $+ \quad \Big \quad -2 \quad \Big \quad - \quad \Big \quad -1 \quad \Big \quad + \quad \Big \quad 1 \quad \Big \quad - \quad \Big \quad 2 \quad \Big \quad +$ </div> <p style="text-align: center;">$x \leq -2 \quad \quad -1 \leq x \leq 1 \quad \quad 2 \leq x$</p>	+	R	M	$x + 2$	-2	1	$x - 2$	2	1	$x + 1$	-1	1	$x - 1$	1	1
+	R	M																							
x	0	1																							
$(x + 2)^2$	-2	2																							
+	R	M																							
$x + 2$	-2	1																							
$x - 2$	2	1																							
$x + 1$	-1	1																							
$x - 1$	1	1																							

DISEQUAZIONI FRATTE

In presenza dei segni $<$ o $>$ si risolvono esattamente come quelle polinomiali, non serve fare distinzioni fra le radici del numeratore e quelle del denominatore.

In presenza del segno $\leq$ o del segno $\geq$ (che, come già precisato, indicano che gli zeri della funzione fanno parte della soluzione), la situazione cambia radicalmente, e nella tabella delle radici bisogna mettere anche una colonna che sta ad indicare se la radice è del numeratore (N) o del denominatore (D). Bisogna mettere il segno $\leq$ solo in corrispondenza degli zeri, ossia delle radici del numeratore (rappresentati, nello schema dei segni, da pallini), mentre in corrispondenza delle radici del denominatore (crocette) si continua a mettere $<$.

$\frac{-x^2-x^4}{2+x^2-3x} < 0$ $\frac{-x^4-x^2}{x^2-3x+2} = -\frac{x^4+x^2}{x^2-3x+2} =$ $= \frac{x^2(x^2+1)}{(x-1)(x-2)}$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>-</th> <th>R</th> <th>M</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>x^2</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$(x-1)$</td> <td>-2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$(x-2)$</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $- \quad \begin{array}{c} 0 \\ \parallel \\ \end{array} \quad - \quad \begin{array}{c} 1 \\ \\ \end{array} \quad + \quad \begin{array}{c} 2 \\ \\ \end{array} \quad -$ </div> <p style="text-align: center; margin: 0;">$x < 0 \qquad 0 < x < 1 \qquad 2 < x$</p>	-	R	M	x^2	0	2	$(x-1)$	-2	1	$(x-2)$	-1	1	$\frac{x^2-3-2x}{4x-4-x^2} \geq 0$ $\frac{x^2-2x-3}{-x^2+4x-4} = -\frac{x^2-2x-3}{x^2-4x+4} =$ $= -\frac{(x+1)(x-3)}{(x-2)^2} =$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>-</th> <th></th> <th>R</th> <th>M</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$(x+1)$</td> <td>N</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$(x-3)$</td> <td>N</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$(x-2)^2$</td> <td>D</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $- \quad \begin{array}{c} -1 \\ \\ \bullet \end{array} \quad + \quad \begin{array}{c} 2 \\ \parallel \\ \end{array} \quad + \quad \begin{array}{c} 3 \\ \\ \bullet \end{array} \quad -$ </div> <p style="text-align: center; margin: 0;">$-1 \leq x < 2 \qquad 2 < x \leq 3$</p>	-		R	M	$(x+1)$	N	-1	1	$(x-3)$	N	3	1	$(x-2)^2$	D	2	2
-	R	M																											
x^2	0	2																											
$(x-1)$	-2	1																											
$(x-2)$	-1	1																											
-		R	M																										
$(x+1)$	N	-1	1																										
$(x-3)$	N	3	1																										
$(x-2)^2$	D	2	2																										