

STUDIO DEL SEGNO DI UN POLINOMIO SCOMPOSTO

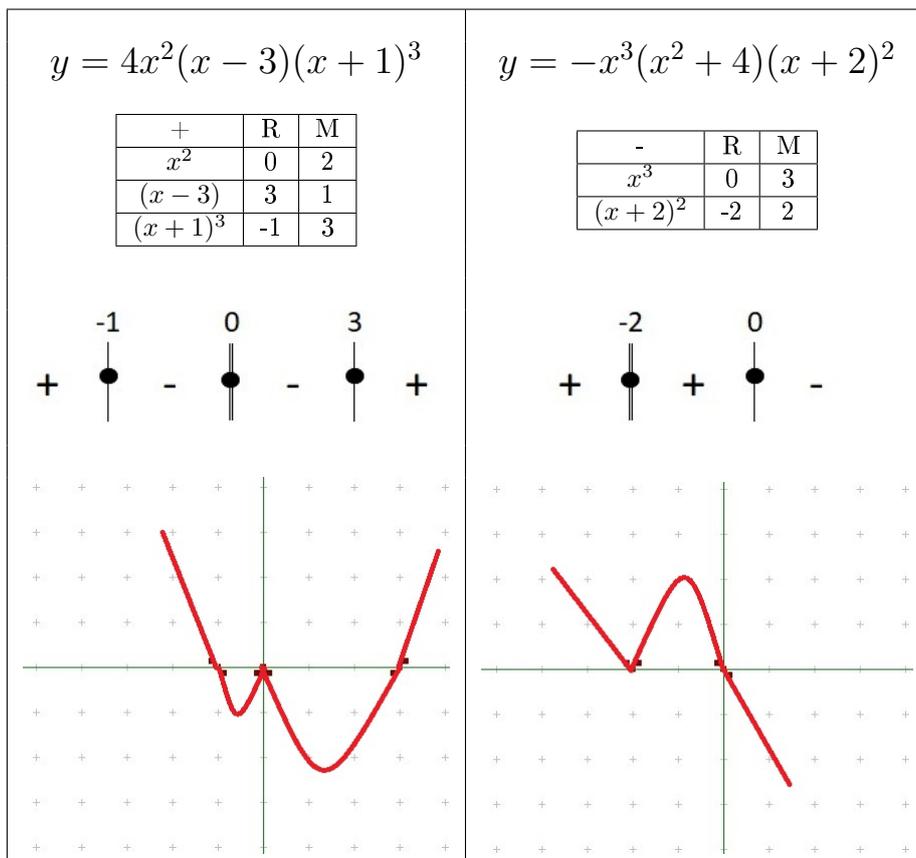
Viene mostrato un metodo rapido per studiare il segno di un polinomio scomposto. Alla base di esso c'è lo studio delle radici e della loro molteplicità, mostrata in UdA5. Ecco tale schema applicato agli ultimi due esempi che erano stati trattati nella precedente sezione.

$y = x^3(x + 2)^3(x - 3)^4(x + 3)$	$y = -3(x + 1)^3(x - 1)^4(x + 3)^2$																											
Nell'angolo in alto a sinistra della tabella, viene inserito un segno: quello davanti al prodotto (ovviamente positivo quando il segno non c'è)																												
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">+</td><td style="padding: 2px 5px;">R</td><td style="padding: 2px 5px;">M</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">x^3</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">$(x + 2)^3$</td><td style="padding: 2px 5px;">-2</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">$(x - 3)^4$</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">$(x + 3)$</td><td style="padding: 2px 5px;">-3</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td></tr> </table>	+	R	M	x^3	0	3	$(x + 2)^3$	-2	3	$(x - 3)^4$	3	4	$(x + 3)$	-3	1	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">-</td><td style="padding: 2px 5px;">R</td><td style="padding: 2px 5px;">M</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">$(x + 1)^3$</td><td style="padding: 2px 5px;">-1</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">$(x - 1)^4$</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">$(x + 3)^2$</td><td style="padding: 2px 5px;">-3</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	-	R	M	$(x + 1)^3$	-1	3	$(x - 1)^4$	1	4	$(x + 3)^2$	-3	2
+	R	M																										
x^3	0	3																										
$(x + 2)^3$	-2	3																										
$(x - 3)^4$	3	4																										
$(x + 3)$	-3	1																										
-	R	M																										
$(x + 1)^3$	-1	3																										
$(x - 1)^4$	1	4																										
$(x + 3)^2$	-3	2																										
Si scrivono le radici in ordine crescente sopra delle barre verticali: in corrispondenza di molteplicità pari la barra viene raddoppiata																												
-3 -2 0 3 $ $ $ $ $ $ $ $	-3 -1 1 $ $ $ $ $ $																											
Si scrivono i segni cominciando dall'estrema destra con quello scritto nell'angolo della tabella e si procede verso sinistra secondo la seguente regola attraversando una barra singola il segno cambia attraversando una barra doppia il segno si preserva																												
$-$ $ $ $+$ $ $ $-$ $ $ $+$ $ $ $+$	$+$ $ $ $+$ $ $ $-$ $ $ $-$																											

Confrontando il risultato finale con quello ottenuto attraverso lo studio del segno dei fattori, si vede che non è cambiato.

Ecco ora altri due esempi, alla fine dei quali viene tracciato il grafico della funzione. Si ricorda che, nello schema delle radici, del coefficiente iniziale interessa solo il segno: il suo valore assoluto va ignorato, come pure vanno ignorati eventuali fattori nella forma $x^2 + \dots$, privi di radici.

In questi esempi, tutte le barre sono state rappresentate con un "puntone": non è indispensabile, sta solo ad indicare che in corrispondenza di quei valori la funzione vale 0. Nei polinomi è sempre così (motivo per cui tali aggiunte non sono indispensabili) ma nelle funzioni razionali, che verranno trattate subito dopo, ci saranno delle distinzioni.



STUDIO DEL SEGNO DI UNA FUNZIONE RAZIONALE SCOMPOSTA

Nelle funzioni razionali, lo studio del segno differisce di poco: nello schema delle radici compare una nuova colonna, che sta ad indicare se la radice proviene dal numeratore (N) o da denominatore (D): questi due tipi di radici sono rispettivamente gli zeri (indicati nello schema dei segni da un puntone) e i valori per i quali la funzione non è definita (indicati da una crocetta).

