# INTERVALLI

Dato un valore numerico $a$, l'insieme dei numeri reali viene diviso in due intervalli. Quelli minori di $a$, indicati con la notazione $x < a$, e quelli maggiori di $a$, indicati con $a < x$. Quest'ultimo si indica anche come $x > a$ ma questa notazione è sconsigliata, in quanto il segno $<$ pone a sinistra l'elemento minore, proprio come accade quando i numeri vengono ordinati. Ecco lo schema in cui gli intervalli vengono nominati.

$$\begin{array}{ccc} & a & \\ x < a & \Big| & a < x \end{array}$$

Se i valori sono due (ordinati, cioè $a < b$), gli intervalli sono tre, e quello centrale viene indicato con la notazione $a < b$.

$$\begin{array}{ccccc} & a & & b & \\ x < a & \Big| & a < x < b & \Big| & b < x \end{array}$$

Con tre valori, gli intervalli sono quattro, e così via

$$\begin{array}{ccccccc} & a & & b & & c & \\ x < a & \Big| & a < x < b & \Big| & b < x < c & \Big| & c < x \end{array}$$

Dato un intervallo, ognuno dei suoi estremi (o il suo unico estremo) può anche appartenere all'intervallo stesso. In tal caso viene usata la notazione $\leq$ (minore o uguale a). Ecco alcuni esempi:

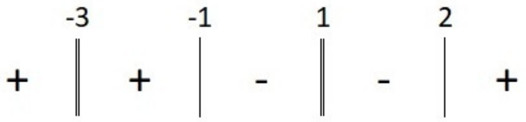
| | | | |
|---|---|---|---|
| $x \leq 3$ | I numeri inferiori al 3, compreso il 3 stesso | $-2 \leq x < 1$ | I numeri tra $-2$ compreso e 1 escluso |

# DISEQUAZIONI POLINOMIALI SCOMPOSTE

Una disequazione polinomiale scomposta è un polinomio scomposto seguito dalla scrittura $> 0$ (maggiore di 0) o $< 0$ (minore di 0). Si risolvono dopo averne studiato il segno: la soluzione è costituita dagli intervalli positivi (se c'è $> 0$) o da quelli negativi (se c'è $< 0$). Ecco due esempi: nel primo, avente segno $>$, si prendono gli intervalli con segno $+$, nel secondo, avente segno $<$ si prendono quelli con segno $-$.

$$5(x-1)^2(x-2)^3(x+1)(x+3)^4 > 0$$

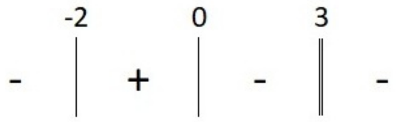
| $+$ | R | M |
|---|---|---|
| $(x-1)^2$ | 1 | 2 |
| $(x-2)^3$ | 2 | 3 |
| $(x+1)$ | -1 | 1 |
| $(x+3)^4$ | -3 | 4 |



$x < -3 \qquad -3 < x < -1 \qquad 2 < x$

$$-2x(x-3)^2(x^4+3)(x+2) < 0$$

| - | R | M |
|---|---|---|
| $x$ | 0 | 1 |
| $(x-3)^2$ | 3 | 2 |
| $(x+2)$ | -2 | 1 |

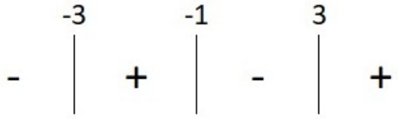


$x < -2 \qquad 0 < x < 3 \qquad 3 < x$

La presenza dei segni $\leq$ o $\geq$ sta invece ad indicare che vanno presi anche gli zeri del polinomio, e quindi gli intervalli comprenderanno anche gli estremi (usare pertanto il segno $\leq$)

$$(x+3)^3(x+1)(x^4+4)(x-3) \leq 0$$

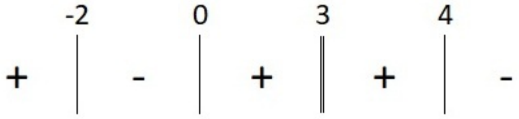
| $+$ | R | M |
|---|---|---|
| $(x+3)^3$ | -3 | 3 |
| $(x+1)$ | -1 | 1 |
| $(x-3)$ | 3 | 1 |



$x \leq -3 \qquad -1 \leq x \leq 3$

$$-3x(x+2)^3(x-4)(x-3)^2 \geq 0$$

| - | R | M |
|---|---|---|
| $x$ | 0 | 1 |
| $(x+2)^3$ | -2 | 3 |
| $(x-4)$ | 4 | 1 |
| $(x-3)^2$ | 3 | 2 |



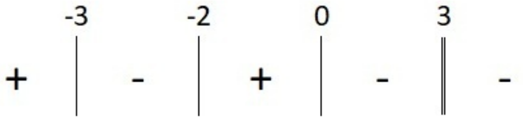
$x \leq -2 \qquad 0 \leq x \leq 3 \qquad 3 \leq x \leq 4$

# DISEQUAZIONI FRATTE SCOMPOSTE

Nelle disequazioni fratte sono simili a quelle polinomiali, ma anziché un polinomio c'è una funzione razionale. In presenza dei segni $<$ o $>$ si risolvono esattamente come quelle polinomiali, non serve fare distinzioni fra le radici del niumeratore e quelle del denominatore.

$$-\frac{2x^3(x+2)}{5(x-3)^2(x+3)^3} > 0$$

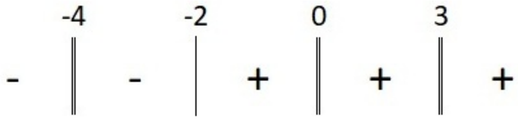
| - | R | M |
|---|---|---|
| $x^3$ | 0 | 3 |
| $(x+2)$ | -2 | 1 |
| $(x-3)^2$ | 3 | 2 |
| $(x+3)^3$ | -3 | 3 |



$x < -3 \qquad -2 < x < 0$

$$\frac{3x^4(x-3)^2}{4(x+2)(x+4)^2} < 0$$

| + | R | M |
|---|---|---|
| $x^4$ | 0 | 4 |
| $(x-3)^2$ | 3 | 2 |
| $(x+2)$ | -2 | 1 |
| $(x+4)^2$ | -4 | 2 |

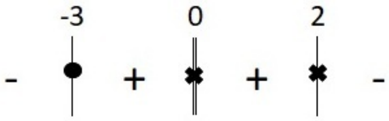


$x < -4 \qquad -4 < x < -2$

In presenza di $\leq$ o $\geq$ (che, come già precisato, indicano che gli zeri della funzione fanno parte della soluzione), la situazione cambia radicalmente. Bisogna mettere il segno $\leq$ solo in corrispondenza degli zeri, ossia delle radici del numeratore (rappresentati, nello schema dei segni, da pallini), mentre in corrispondenza delle radici del denominatore (crocette) si continua a metter $<$.

$$-\frac{3(x^2+2)(x+3)^3}{x^2(x-2)^3} \leq 0$$

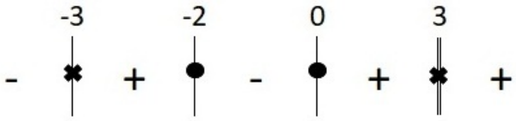
| - | | R | M |
|---|---|---|---|
| $(x+3)^3$ | N | -3 | 3 |
| $x^2$ | D | 0 | 2 |
| $(x-2)^3$ | D | 2 | 3 |



$x \leq -3 \qquad 2 < x$

$$\frac{2x^3(x+2)}{5(x-3)^2(x+3)^3} \geq 0$$

| + | | R | M |
|---|---|---|---|
| $x^3$ | N | 0 | 3 |
| $(x+2)$ | N | -2 | 1 |
| $(x-3)^2$ | D | 3 | 2 |
| $(x+3)^3$ | D | -3 | 3 |



$-3 < x \leq 2 \qquad 0 \leq x < 3 \qquad 3 < x$