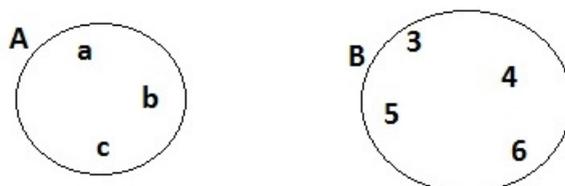


Elementi di insiemistica

In questo capitolo verranno mostrati alcuni concetti basilare sugli insiemi e sulle diverse rappresentazioni di essi, per poter poi essere applicati alle funzioni.

Rappresentazione per diagramma e per elencazione

Un insieme è formato da elementi. Essi possono essere rappresentati per diagramma, ossia scriverli in un “recinto” o per elencazione, ossia scrivendo gli elementi all’interno di parentesi graffe. L’insieme può anche avere un nome (generalmente una lettera maiuscola) che nella rappresentazione per diagramma si mette fuori dalla delimitazione. Si può sempre passare da una notazione all’altra. Ad esempio, l’insieme $A = \{a, b, c\}$ si può rappresentare come l’immagine qui sotto a sinistra.



L’insieme B rappresentato per diagramma qui sopra a destra, può essere rappresentato per elencazione come $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Non necessariamente gli elementi sono numeri o lettere, come in seguito si vedrà.

Un insieme può anche essere vuoto: in tal caso, pur essendo corretta anche la notazione $\{\}$ (nessun elemento tra parentesi) è più usata la notazione \emptyset .

Notazione sottrattiva

Dati due insiemi C e D l’insieme $C \setminus D$ (leggasi: C meno D) è costituito dagli elementi di C non appartenenti a D . Ecco un esempio:

$$C = \{a, e, i, o, u\} \quad D = \{a, i, o\} \quad C \setminus D = \{e, u\}$$

Si vedrà presto come questa notazione sarà molto utile quando da un insieme infinito (o comunque molto grande) vengono esclusi alcuni elementi.

Rappresentazione per caratteristica

La rappresentazione per caratteristica di un insieme consiste nel descrivere i suoi elementi tramite le proprietà che li contraddistinguono. Ad esempio, i due insiemi A e B citati e disegnati precedentemente

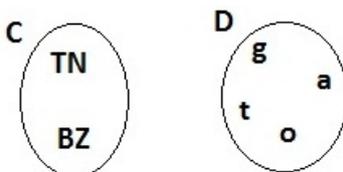
$$A = \{\text{le prime tre lettere dell'alfabeto}\} \quad B = \{\text{i numeri interi tra 3 e 6}\}$$

Ecco un altro esempio rappresentazione per caratteristica di un insieme (i cui elementi non sono né lettere, né numeri) dalla quale si può dedurre quella per elencazione e poi quella per diagramma. Ecco due esempi:

$$C = \{\text{i capoluoghi di provincia della nostra regione}\} = \{\text{Trento, Bolzano}\}$$

$$D = \{\text{le lettere della parola gatto}\} = \{g, a, t, o\}$$

Va notato che nell’ultimo esempio lettera “t” è stata scritta una sola volta, perché è inutile ripetere un elemento (non cambierebbe nulla riguardo la sua appartenenza all’insieme); gli elementi possono essere elencati in modo diverso, quindi sarebbe corretto anche scrivere $D = a, g, o, t$. Ecco le rappresentazioni dei due insiemi per diagramma (nell’insieme C si scrivono per brevità solo le sigle delle due città).



Un insieme può anche essere infinito: in questo caso la rappresentazione è possibile solo per caratteristica, Si possono elencare alcuni elementi per poi proseguire con i puntini, ma solo per dare un’idea, non è una vera rappresentazione per elencazione.

$$E = \{\text{i multipli di 3}\} = \{0, 3, 6, 9, \dots\}$$

A volte sarebbe teroricamente possibile, ma l’insieme da elencare diventa troppo lungo per poterlo scrivere (in questo caso sarebbero più di cento)

$$F = \{\text{le nazioni del mondo}\} = \{\text{Afghanistan, Albania, Algeria, Andorra, Angola...}\}$$

Numeri naturali e interi

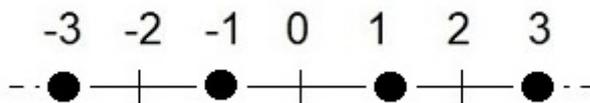
L'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ può essere rappresentato su una semiretta orizzontale provvista di tacche, come un righello. L'estremità sinistra è lo 0 e ogni tacca rappresenta un numero. Anche l'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ può essere rappresentato su una simile semiretta orizzontale: in tal caso lo 0 è centrale, mentre a sinistra ci sono i numeri negativi.



I loro sottoinsiemi possono essere rappresentati evidenziando i punti corrispondenti agli elementi facenti parte dell'insieme. Ecco due esempi: il sottoinsieme $\{0, 1, 4\}$ dei numeri naturali e il sottoinsieme $\{-3, -1, 2\}$ dei numeri interi.



L'insieme P dei numeri dispari (visto come sottoinsieme di \mathbb{Z}) si può rappresentare (tanto per elencazione, quanto sul grafico) solo in parte.



$$D = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$$

Un esempio interessante è l'insieme F costituito dai numeri naturali superiori a 1. Si ha $F = \{2, 3, 4, \dots\}$, ovvero l'insieme di tutti i numeri naturali eccetto 0 e 1. Tale insieme può essere definito tramite la notazione sottrattiva $\mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$.