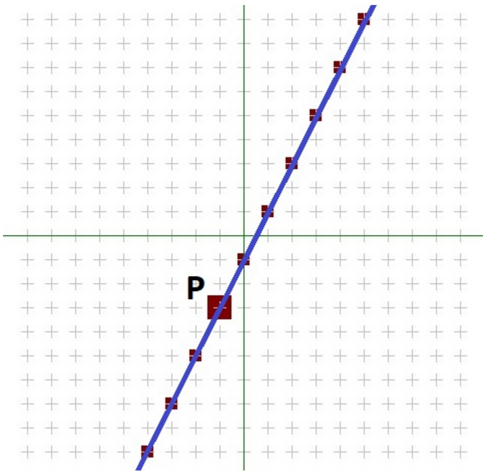
Appartenenza di un punto ad una retta

Un punto $P(x, y)$ appartiene ad una retta se sostituendo x nel polinomio $mx+q$ si ottiene esattamente y. Nei due esempi seguenti (da considerare indipendentemente l'uno dall'altro) viene risolta l'espressione $mx+q$ e poi viene scritto y, preceduto da un segno di uguaglianza o di disuguaglianza, che sta a significare l'appartenenza o no del punto alla retta. Segue la rappresentazione grafica, che conferma il risultato trovato algebricamente (si ricorda ancora una volta che la vera risoluzione è quella algebrica, il disegno funge solo da conferma).

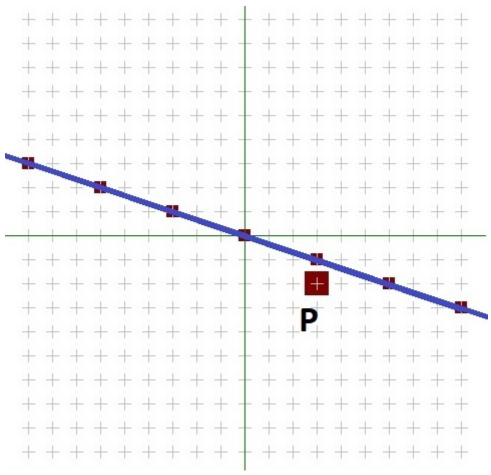
$$P(-1;-3)$$
$$y = 2x - 1$$
$$2 \cdot (-1) - 1 = -2 - 1 = -3 \quad = -3$$

il punto appartiene alla retta



$$P(3;-2)$$
$$y = -\tfrac{1}{3}x$$
$$-\tfrac{1}{3} \cdot 3 = -1 \qquad \neq -2$$

il punto NON appartiene alla retta

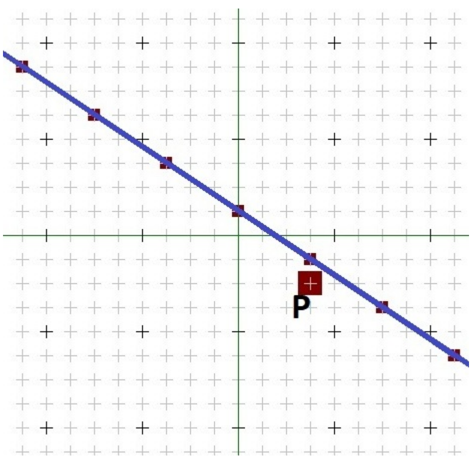


In questi altri due esempi, dopo aver stabilito algebricamente l'appartenenza del punto alla retta, prima di rappresentarli graficamente, si stabilisce un comune divisore (eccetto, ancora una volta, la pendenza).

$$P\left(\tfrac{3}{4};-\tfrac{1}{2}\right)$$
$$y = -\tfrac{2}{3}x + \tfrac{1}{4}$$
$$-\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \qquad \neq -\frac{1}{2}$$

il punto NON appartiene alla retta

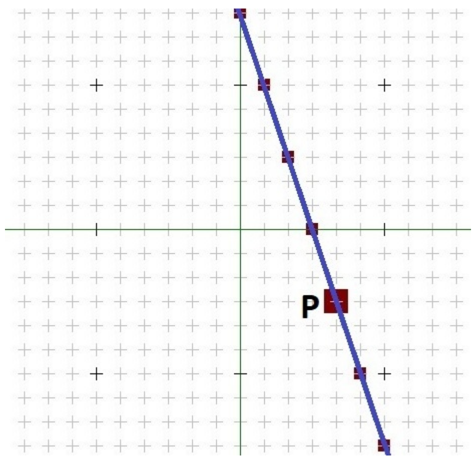
$$P\left(\tfrac{3}{4};-\tfrac{2}{4}\right)$$
$$y = -\tfrac{2}{3}x + \tfrac{1}{4}$$



$$P\left(\tfrac{2}{3};-\tfrac{1}{2}\right)$$
$$y = -3x + \tfrac{3}{2}$$
$$-3 \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = -2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \qquad = -\frac{1}{2}$$

il punto appartiene alla retta

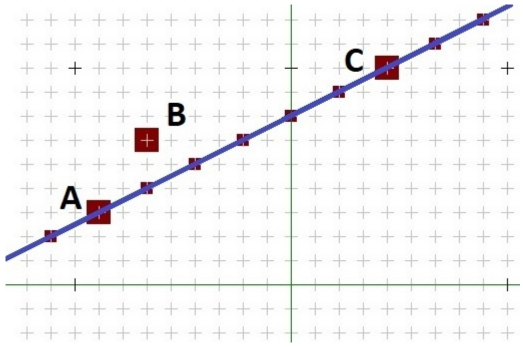
$$P\left(\tfrac{4}{6};-\tfrac{3}{6}\right)$$
$$y = -3x + \tfrac{9}{6}$$



Se bisogna verificare l'appartenenza di più punti ad una retta, si sostituiscono nella retta le coordinate di ogni punto, determinando per ognuno di essi l'appartenenza o meno alla retta. La rappresentazione grafica è comune.
Nell'esempio qui sotto si trova una retta, tre punti di cui determinare l'appartenenza: nella colonna centrale la retta e i punti vengono scritti con lo stesso denominatore (ciò che serve per la rappresentazione grafica).

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{9} \qquad\qquad y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{9}$$

$$A\left(-\frac{8}{9}; \frac{1}{3}\right) \qquad\qquad A\left(-\frac{8}{9}; \frac{3}{9}\right)$$
$$B\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right) \qquad\qquad B\left(-\frac{6}{9}; \frac{6}{9}\right)$$
$$C\left(\frac{4}{9}; 1\right) \qquad\qquad C\left(\frac{4}{9}; \frac{9}{9}\right)$$

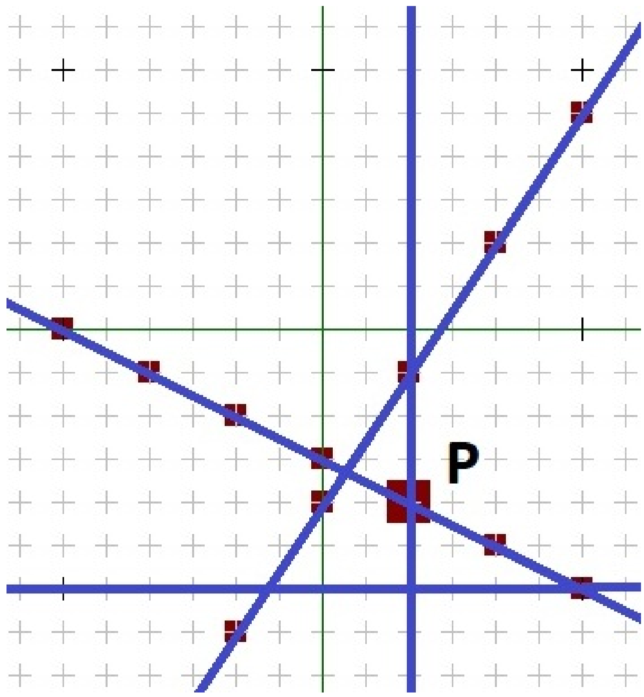


$$\begin{array}{llll}
A & \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) + \frac{7}{9} = -\frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{1}{3} & = \frac{1}{3} & \text{Sì} \\
B & \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{7}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{7}{9} = \frac{4}{9} & \neq \frac{2}{3} & \text{No} \\
C & \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{2}{9} + \frac{7}{9} = 1 & = 1 & \text{Sì}
\end{array}$$

In questo esempio il punto è unico e le rette sono più di una: da notare che per le rette orizzontali (verticali), ovvero di equazione $y = ...$ (equazione $x = ...$) basta verificare che l'unico numero che compare nell'equazione corrisponda alla coordinata y (alla coordinata x) del punto.

$$y = -1 \qquad\qquad y = -\frac{6}{6}$$
$$x = \frac{1}{3} \qquad\qquad x = \frac{2}{6}$$
$$y = \frac{3}{2}x - \frac{2}{3} \qquad\qquad y = \frac{3}{2}x - \frac{4}{6}$$
$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \qquad\qquad y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{6}$$

$$P\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right) \qquad\qquad P\left(\frac{2}{6}; -\frac{4}{6}\right)$$



$$\begin{array}{rll}
-1 & \neq -\frac{2}{3} & \text{No} \\
\frac{1}{3} & = \frac{1}{3} & \text{Sì} \\
\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6} & \neq -\frac{2}{3} & \text{No} \\
-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} - \frac{1}{2} = -\frac{2}{3} & = -\frac{2}{3} & \text{Sì}
\end{array}$$