Monomi di primo grado in una variabile

Un monomio di primo grado è il prodotto di un numero (non necessariamente intero), detto coefficiente, e di una quantità incognita indicata da una lettera, generalmente la x. Ad esempio:

$$-2 \cdot x \qquad 3 \cdot x \qquad \frac{1}{2} \cdot x \qquad -\frac{2}{3} \cdot x$$

Tuttavia il sogno di moltiplicazione puó essere sottointeso, pertanto gli esempi precedenti si scrivono come:

$$-2x \qquad 3x \qquad \frac{1}{2}x \qquad -\frac{2}{3}x$$

Dalle proprietà della moltiplicazione segue che:

- Se il coefficiente è 1, moltiplicando per x, qualunque sia il suo valore, rimane X: pertanto il coefficiente 1 si puó omettere.
- Se il coefficiente è -1, moltiplicando per x, qualunque sia il suo valore, cambia solo il segno: pertanto se il coefficiente -1 si puó scrivire soltanto $-$.
- Se il coefficiente è 0, moltiplicando per x, qualunque sia il suo valore, rimane 0: pertanto se il coefficiente 0 non serve scrivere l'incognita.

$$1x = x \qquad -1x = -x \qquad 0x = 0$$

Inoltre in caso di coefficiente frazionario, la lettera può anche essere messa sul numeratore anzichè in parte: in questo caso se il numeratore è 1 si puó non scriverlo. In pratica, riproponendo gli esempi frazionari visti all'inizio risulta:

$$\frac{1}{2}x = \frac{x}{2} \qquad -\frac{2}{3}x = -\frac{2x}{3}$$

Un monomio nella variabile x viene generalmente indicato con $M(x)$ per mettere in evidenza la sua variabile(ad esempio, un monomio in y si indiva con $M(y)$).

Valutazione di un monomio di primo grado

Dato un monomio $M(x)$ e un valore a, la valutazione $M(a)$ è il risultato che si ottiene sostituendo la variabile del monomio al valore a: in pratica è il prodotto di a con il suo coefficiente. Da notare che, quando l'incognita x viene sostituita da un numero, il segno di moltiplicazione non puó rimanere sottointeso. Nell'esempio sottostante, viene dato il monomio $M(x) = 2x$ e si chiede di calcolare $M(3)$ e $M(1)$.

$$M(3) = 2 \cdot 3 = 6 \qquad M(1) = 2 \cdot 1 = 2$$

Se il valore da sostituire è negativo, va messo anche parentesi, come di prassi per evitare la presenza di due segni consecutivamente. Ad esempio, se si deve valutare per il monomio $M(x) = 3x$ i valori $M(-2)$ e $M(-3)$ si ha:

$$M(-2) = 3 \cdot (-2) = -6 \qquad M(-3) = 3 \cdot (-3) = -9$$

Ecco ancora un esempio: i dati di un problema di valutazione sono il monomio e uno o più valori per cui valutarlo (la prima delle seguenti riche, la seconda contiene le valutazioni):

$$M(x) = -4x \qquad M(2) \qquad M(-4) \qquad M(-3) \qquad M(1) \qquad M(0)$$

$$M(2) = -4{\cdot}2 = -8 \qquad M(-4) = -4{\cdot}(-4) = 16 \qquad M(-3) = -3{\cdot}(-4) = 12 \qquad M(1) = -4{\cdot}1 = -4 \qquad M(0) = -4{\cdot}0 = 0$$

Le valutazioni $M(1)$ e $M(0)$ possono essere svolte in maniera più veloce, ovvero

- $M(1)$ è il coefficiente del monomio
- $M(0) = 0$

Un altro esempio, con coefficiente e valori frazionari (si rimanda alla pagina specifica per lo svolgimento dei prodotti di frazioni):

$$M(x) = \frac{2}{3}x \qquad M\left(-\frac{3}{4}\right) \qquad M\left(\frac{1}{3}\right) \qquad M(-6) \qquad M(2)$$

$$M\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2} \qquad M\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9} \qquad M(-6) = \frac{2}{3} \cdot (-6) = -4 \qquad M(2) = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$$

Somma di monomi

Dati due o più monomi di primo grado (tutti nella stessa variabile) la loro somma consiste nel sommare i coefficienti (ricordando che dove il coefficiente manca vale 1 e dove c'è il solo segno negativo vale -1) lasciando inalterata la lettera. Nell'ultimo degli esempi seguenti, il risultato fonale è 0 e, come già spiegato, la lettera in questo caso non si mette

$$2x + 6x - 5x = 3x \qquad 4x + x = 5x \qquad 3x + 2x - 6x = -x \qquad -3x + 5x - 2x = 0$$

In presenza di frazioni, si porta tutto a denominatore comune e poi si svolge la somma di monomi interi: si ricorda che non c'è alcuna differenza da mettere la lettera sul numeratore o in parte alla frazione. Per questo, negli esempi seguenti, si vedono i monomi scritti in entrambe le maniere. In particolare, nell'ultimo di essi, la cui somma dei coefficienti è 0, il risultato è semplicemente 0 (niente denominatore e nienete lettera).

$$\frac{2}{3}x + \frac{3x}{2} = \frac{4x + 9x}{6} = \frac{13x}{6} \qquad \frac{x}{2} + \frac{1}{3}x = \frac{3x + 2x}{6} = \frac{5}{6}x \qquad \frac{x}{3} - \frac{x}{2} + \frac{x}{6} = \frac{2x - 3x + x}{6} = 0$$

Polinomi di primo grado

Un polinomio (generalmente indicato come $P(x)$ di primo grado in una variabile è la somma di un monomio di primo grado e di un valore numerico: quest'ultimo viene chiamato "termine noto". Se il termine noto è 0, è inutile sommare al monomio il vaore 0: pertanto un monomio di primo grado può essere visto come un polionomio il cui termine noto è 0. Ad esempio, non c'è alcuna differenza fra scrivere $2x + 0$ o scrivere soltanto $2x$. Ecco alcuni esempi:

$$3x + 1 \qquad \frac{2}{3}x - 2 \qquad -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \qquad -x + \frac{1}{3}$$

Convenzionalmente, si scrive prima il monomio e poi il termine noto, ma non è sbagliato invertire:

$$+1 + 3x \qquad -2 + \frac{2}{3}x \qquad \frac{3}{2} - \frac{1}{4}x \qquad \frac{1}{3} - x$$

Come i monomi, anche i polinomi possono essere valutati: analogamente ai monomi, se il polinomio nella variabile x viene indicato come $P(x)$, la sua valutazione per un dato valore a si indica con $P(a)$: il suo calcolo consiste in un prodotto (per valutare il monomio) e una somma (con il termine noto). Ecco due esempi, ciascuno dei quali valutato per due valori

$$P(x) = 2x + 1 \qquad P(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5 \qquad P\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$Q(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \qquad Q(-3) = -\frac{2}{3} \cdot (-3) + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \qquad Q\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Un polinomio frazionario si può anche portare a denominatore, ossia scrivendolo come un polinomio intero fratto un numero. In maniera analoga alle funzioni numeriche, si trova il denominatore comune e poi, per ognuno dei valori numerici, si divide tale denominatore comune per il suo denominatore (se c'è, visto che in sua assenza esso vale 1) e si moltiplica per il numeratore.

$$\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} = \frac{4x + 9}{6} \qquad \frac{x}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2x + 9}{12} \qquad 2x - \frac{1}{3} = \frac{6x - 1}{6}$$