

SEMPLIFICAZIONI

Questa sezione tratterrà un argomento che verrà poi applicato nello studio di funzioni razionali aventi radici comuni al numeratore e al denominatore

Frazione monomiali

Contrariamente a quanto espresso finora, i monomi possono avere più variabili. Sono dunque formati da un coefficiente e da una o più lettere con relativi esponenti (come al solito, l'esponente 1 non si mette)

$$2a^2bc^3$$

$$ab$$

$$-3a^3b^2c^2$$

Una frazione monomiale consiste in un rapporto tra due monomi, con eventuale segno negativo davanti (il che evita di avere coefficienti negativi)

$$\frac{2a^2bc^5}{3a^2b^3c^4}$$

$$-\frac{a^2b}{4a^5c^3}$$

$$\frac{2a^2b^2c}{ac}$$

$$-\frac{ab}{ab^2c}$$

La semplificazione di una frazione monomiale coinvolge le lettere comuni al numeratore e al denominatore: se hanno lo stesso grado, quella lettera scompare del tutto, altrimenti scompare dove il grado è inferiore, mentre dove è superiore il grado viene abbassato alla differenza con il grado minore. Nel primo degli esempi precedenti la a , che ha grado 2 in entrambi i termini, scompare, la b resta al denominatore con grado $3 - 1 = 2$, la c resta al solo numeratore con grado $5 - 4 = 1$ (dunque si scriverà soltanto c). Le lettere non comuni restano inalterate, come anche l'eventuale segno negativo davanti. Anche i coefficienti non mutano: in realtà, se ci sono entrambi, andrebbe anche semplificata la frazione che compongono, ma questo caso non verrà mai preso in considerazione, e la frazione sarà già ridotta ai minimi termini. Se non c'è il coefficiente e scompaiono tutte le lettere da uno dei termini, il monomio si ridurrà ad essere 1: obbligatorio metterlo al numeratore mentre, dal momento che una frazione con denominatore 1 in realtà è un intero, in tal caso basta scrivere il numeratore senza frazione. Ecco come si semplificano le frazioni degli esempi precedenti

$$\frac{2c}{3b^2}$$

$$-\frac{b}{4a^3c^3}$$

$$2ab^2$$

$$-\frac{1}{bc}$$

Risultato fondamentale di una semplificazione è che nessuna lettera sarà presente tanto al numeratore quanto al denominatore

Funzioni razionali scomposte

Una funzione razionale, le lettere fuori parentesi si semplificano come in quelle monomiali, mentre ognuna delle parentesi si comporta come una singola lettera. Ecco alcuni esempi

$$\frac{3x(x^2 + 4)}{x(x + 1)} = \frac{3(x^2 + 4)}{(x + 1)}$$

$$\frac{4x(x + 3)^2}{x^3(x + 3)} = \frac{4(x + 3)}{x^2}$$

$$\frac{5x(x^2 + 1)}{3(x^2 + 1)} = \frac{5x}{3}$$

Uno degli errori più diffusi è semplificare all'interno delle parentesi: ad esempio, il fattore $x^2 + 4$ del numeratore e il fattore $x + 1$ del denominatore sono del tutto slegati e sarebbe errato semplificare la parte x^2 con la parte x : in poche parole ogni parentesi è un monolite, e la semplificazione è possibile soltanto quando due fattori in parentesi sono identici. A tale scopo, quando si scompone una frazione algebrica in cui uno (o entrambi) i termini non sono scomponibili, si consiglia di mettere tale termine tra parentesi (a meno che non sia un monomio)

$$\frac{x^2 - 1}{x + 3} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 3)}$$

Risultato della semplificazione è l'assenza di fattori comuni ai due termini e, conseguentemente, l'assenza di radici comuni.