

INTERVALLI

Si ricorda che, dati uno o più valori numerici, scritti in ordine crescente, dividono l'insieme dei numeri reali in intervalli. Ecco lo schema in cui gli intervalli vengono nominati (dove a e b sono due numeri tali che $a < b$). Possono anche essere uno solo (in questo caso non c'è l'intervallo centrale) o più di due (comunque scritti in modo crescente). Se i valori sono due (ordinati, cioè $a < b$), gli intervalli sono tre, e quello centrale viene indicato con la notazione $a < b$.

$$x < a \quad \Big| \quad a < x < b \quad \Big| \quad b < x$$

Con questa notazione si intendono gli intervalli senza gli estremi: se uno o ambedue gli estremi sono inclusi nell'intervallo si sostituisce $<$ con \leq in corrispondenza dell'estremo appartenente all'intervallo.

DISEQUAZIONI POLINOMIALI

Dopo aver scomposto il polinomio e studiatone il segno, si prendono gli intervalli positivi se c'è > 0 , quelli negativi se < 0 .

La presenza del segno \leq o del segno \geq sta invece ad indicare che vanno presi anche gli zeri del polinomio, e quindi gli intervalli comprenderanno anche gli estremi (usare pertanto il segno \leq).

$12x^2 + 12x + 3x^3 < 0$ $3x^3 + 12x^2 + 12x = 3x(x^2 + 4x + 4) = 3x(x + 2)^2$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>+</td><td>R</td><td>M</td></tr> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>$(x + 2)^2$</td><td>-2</td><td>2</td></tr> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $- \quad \Big \quad -2 \quad \Big \quad - \quad \Big \quad 0 \quad \Big \quad +$ </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $x < -2 \quad \quad \quad -2 < x < 0$ </div>	+	R	M	x	0	1	$(x + 2)^2$	-2	2	$4 + x^4 - 5x^2 \geq 0$ $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1)$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>+</td><td>R</td><td>M</td></tr> <tr><td>$x + 2$</td><td>-2</td><td>1</td></tr> <tr><td>$x - 2$</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>$x + 1$</td><td>-1</td><td>1</td></tr> <tr><td>$x - 1$</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $+ \quad \Big \quad -2 \quad \Big \quad - \quad \Big \quad -1 \quad \Big \quad + \quad \Big \quad 1 \quad \Big \quad - \quad \Big \quad 2 \quad \Big \quad +$ </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $x \leq -2 \quad \quad \quad -1 \leq x \leq 1 \quad \quad \quad 2 \leq x$ </div>	+	R	M	$x + 2$	-2	1	$x - 2$	2	1	$x + 1$	-1	1	$x - 1$	1	1
+	R	M																							
x	0	1																							
$(x + 2)^2$	-2	2																							
+	R	M																							
$x + 2$	-2	1																							
$x - 2$	2	1																							
$x + 1$	-1	1																							
$x - 1$	1	1																							

DISEQUAZIONI FRATTE

In presenza dei segni $<$ o $>$ si risolvono esattamente come quelle polinomiali, non serve fare distinzioni fra le radici del numeratore e quelle del denominatore.

In presenza del segno \leq o del segno \geq (che, come già precisato, indicano che gli zeri della funzione fanno parte della soluzione), la situazione cambia radicalmente, e nella tabella delle radici bisogna mettere anche una colonna che sta ad indicare se la radice è del numeratore (N) o del denominatore (D). Bisogna mettere il segno \leq solo in corrispondenza degli zeri, ossia delle radici del numeratore (rappresentati, nello schema dei segni, da pallini), mentre in corrispondenza delle radici del denominatore (crocette) si continua a mettere $<$.

$\frac{-x^2-x^4}{2+x^2-3x} < 0$ $\frac{-x^4-x^2}{x^2-3x+2} = -\frac{x^4+x^2}{x^2-3x+2} =$ $= \frac{x^2(x^2+1)}{(x-1)(x-2)}$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>-</th> <th>R</th> <th>M</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>x^2</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$(x-1)$</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$(x-2)$</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $- \quad \begin{array}{c} 0 \\ \parallel \\ \end{array} \quad - \quad \begin{array}{c} 1 \\ \\ \end{array} \quad + \quad \begin{array}{c} 2 \\ \\ \end{array} \quad -$ </div> <p style="text-align: center; margin: 0;">$x < 0 \quad \quad 0 < x < 1 \quad \quad 2 < x$</p>	-	R	M	x^2	0	2	$(x-1)$	1	1	$(x-2)$	2	1	$\frac{x^2-3-2x}{4x-4-x^2} \geq 0$ $\frac{x^2-2x-3}{-x^2+4x-4} = -\frac{x^2-2x-3}{x^2-4x+4} =$ $= -\frac{(x+1)(x-3)}{(x-2)^2} =$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>-</th> <th></th> <th>R</th> <th>M</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$(x+1)$</td> <td>N</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$(x-3)$</td> <td>N</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$(x-2)^2$</td> <td>D</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> $- \quad \begin{array}{c} -1 \\ \\ \bullet \end{array} \quad + \quad \begin{array}{c} 2 \\ \parallel \\ \end{array} \quad + \quad \begin{array}{c} 3 \\ \\ \bullet \end{array} \quad -$ </div> <p style="text-align: center; margin: 0;">$-1 \leq x < 2 \quad \quad 2 < x \leq 3$</p>	-		R	M	$(x+1)$	N	-1	1	$(x-3)$	N	3	1	$(x-2)^2$	D	2	2
-	R	M																											
x^2	0	2																											
$(x-1)$	1	1																											
$(x-2)$	2	1																											
-		R	M																										
$(x+1)$	N	-1	1																										
$(x-3)$	N	3	1																										
$(x-2)^2$	D	2	2																										