

Scomposizione di polinomi

Nelle precedenti sezioni si sono mostrati due tipi di scomposizioni (le uniche prese in considerazione sulle moltissime esistenti): quella relativa ai binomi di secondo grado, e quella relativa ai trinomi monici, in entrambi i casi con termine noto. Entrambi i tipi di scomposizione sono poi stati generalizzati a binomi e trinomi di grado pari. Questi tipi di scomposizione vanno applicati solo dopo averli ordinati (se non lo sono già) e aver svolto un raccoglimento (se possibile): quest'ultima operazione garantisce di ottenere un polinomio con termine noto, oltre a non avere coefficiente direttore negativo (che in tal caso viene raccolto) e a non avere divisori comuni a tutti i coefficienti (altrimenti tale divisore comune viene raccolto). Queste operazioni si svolgono indipendentemente dal numero di monomi, e solo la parte finale (che può consistere in più di un passaggio se il grado è superiore al 2) è diversa per un binomio piuttosto che per un trinomio. Se invece si ottiene un binomio di primo grado, non si va più avanti. Ecco quindi la scaletta delle operazioni da svolgere (o meglio, da verificare se vanno svolte):

- Ordinamento del polinomio in maniera decrescente rispetto al grado (se non lo è già)
- Raccoglimento del segno negativo iniziale e cambio di segno di tutti i coefficienti (se il coefficiente direttore è negativo)
- Raccoglimento del massimo comune divisore tra i coefficienti e della x con il grado dell'ultimo monomio (possono esserci entrambe le cose, una sola delle due o nessuna delle due)
- Verificare cosa è rimasto dopo il raccoglimento
 - Se rimane un binomio di primo grado, non si fa altro
 - Se rimane un binomio di grado pari, se è non si fa altro, se è una differenza si scompone come somma per differenza delle radici quadrate
 - Se rimane un trinomio di grado pari, lo si scompone con la regola della somma e del prodotto
- Se il grado del binomio o trinomio che si è scomposto è superiore al 2, si ottengono binomi non di primo grado: le somme restano inalterate, le differenze si scompongono a loro volta: da notare che, mentre se in partenza si ha un binomio, si ottengono una somma e una differenza (quindi uno solo dei due va ulteriormente scomposto), nel caso di un trinomio tutto è possibile, dal non poter essere più scomposto (due somme) al doverli scomporre entrambi (due differenze), oltre alla situazione intermedia di una somma e una differenza.

Da notare, infine, che sui monomi non c'è alcuna operazione da svolgere.

Scomposizione di frazioni algebriche

Nelle frazioni algebriche, i due polinomi si scompongono indipendentemente l'uno dall'altro, ad eccezione del momento in cui si raccolgono i segni negativi: tali segni non vanno messi davanti al numeratore o davanti al denominatore, ma davanti alla linea di frazione: se sono due, non si mette nulla. Pertanto, dopo aver ordinato i due polinomi e raccolto eventuali segni negativi, si prosegue scomponendo numeratore e denominatore indipendentemente l'uno dall'altro. Ovviamente sui monomi non si svolge alcuna operazione tranne, eventualmente, quella di spostare il segno negativo.

$$\frac{x - x^3}{2x + 2x^2 - 12} = \frac{-x^3 + x}{2x^2 + 2x - 12} = -\frac{x^3 - x}{2x^2 + 2x - 12} = -\frac{x(x^2 - 1)}{2(x^2 + x - 6)} = -\frac{x(x+1)(x-1)}{2(x-2)(x+3)}$$

$$\frac{-x^3}{2x^4 - 18 - 16x^2} = \frac{-x^3}{2x^4 - 16x^2 - 18} = -\frac{x^3}{2x^4 - 16x^2 - 18} = -\frac{x^3}{2(x^4 - 8x^2 - 9)} = -\frac{x^3}{2(x^2 - 9)(x^2 + 1)} = -\frac{x^3}{2(x-3)(x+3)(x^2 + 1)}$$

$$\frac{x^4 - 16}{15x^3 - 25x^2} = \frac{-x^4 + 16}{-15x^3 + 25x^2} = \frac{x^4 - 16}{15x^3 - 25x^2} = \frac{x^4 - 16}{5x^2(3x - 5)} = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 4)}{5x^2(3x - 5)} = \frac{(x+2)(x-2)(x^2 + 4)}{5x^2(3x - 5)}$$