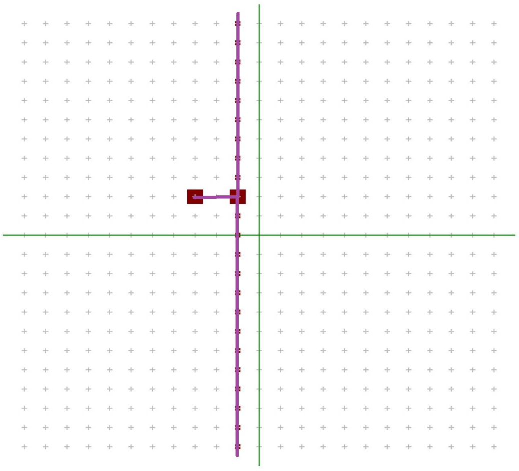
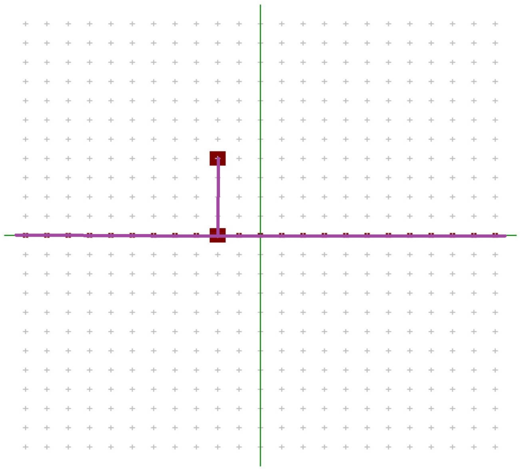
Proiezione di un punto su una retta

Dati una retta ed un punto, la proiezione del punto sulla retta è il punto della retta più vicino a quello dato. Caratteristica di tale punto è che il segmento che lo congiunge con quello dato è parallelo alla retta. Pertanto, per trovarlo bisogna prima trovare la retta perpendicolare passante per il punto dato, poi trovare l'intersezione con la retta data. Rappresentando graficamente la retta i punti, e il segmento che li congiunge, risulterà che il punto trovato giace sulla retta e che il segmento è perpendicolare alla retta stessa. A meno che il punto dato non giace sulla retta, in tal caso la proiezione è il punto stesso. In questa sezione verranno trattati solo punti e rette a coordinate intere (sempre ricordando che la pendenza non è una coordinata), quindi non ci sarà bisogno, al momento della rappresentazione grafica, di trovare un comune denominatore.

Rette orizzontali e verticali

Dato un punto $A(x_0, y_0)$ e una retta nella forma $x = a$ (dove a è un valore numerico), la retta perpendicolare è $y = y_0$. L'intersezione con la retta data è,banalmente data dalle coordinate delle due rette, ossia il punto $P(a, y_0)$. La coordinata x del punto è irrilevante. Ad esempio, la proiezione del punto $A(-3; 2)$ sulla retta $x = -1$ è l'intersezione di quest'ultima con la retta $y = 2$, ossia il punto $P(-1, 2)$.
Similmente, se la retta ha forma $y = a$ la retta perpendicolare è $x = x_0$ e la proiezione il punto $P(x_0, a)$. Ad esempio, la proiezione del punto $A(-2; 4)$ sulla retta $y = 0$ è l'intersezione di quest'ultima con la retta $x = -2$, ossia il punto $P(-2, 0)$.
Queste le rappresentazioni grafiche dei due problemi: oltre alla retta, al punto dato A e alla proiezione P, si disegna anche il segmento tra A e P, che risulta perpendicolare alla retta





Rette oblique

Il problema si compone ancora una volta di due fasi: la ricerca della retta perpendicolare, e la sua intersezione con quella data. Per brevità, nella fase di trovare l'intersezione, si omettono i passaggi per calcolare x; mentre la y viene calcolata usando la retta originale nel primo caso, quella perpendicolare nel secondo, ma si può verificare che si sarebbe ottenuto lo stesso risultato usando l'altra retta

Proiezione di: $A(-4;-3)$
sulla retta: $y=-2x+4$

Perpendicolare a: Proiezione di: $A(6;-5)$
sulla retta: $y=-\frac{3}{2}x+4$

Retta perpendicolare

$m=\frac{1}{2}$

$mx=\frac{1}{2}\cdot(-4)=-2$
$q=-3+2=-1$

$y=\frac{1}{2}x-1$

$m=\frac{2}{3}$

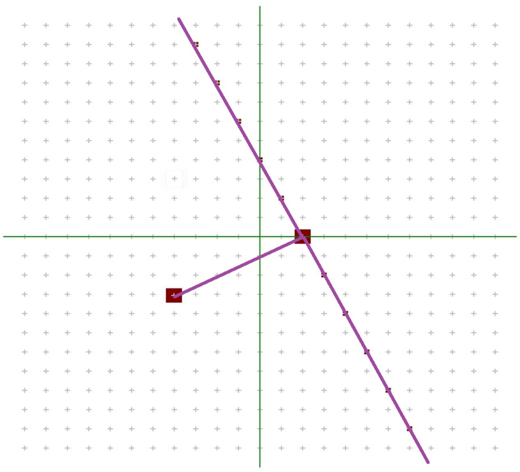
$mx=\frac{2}{3}\cdot 6=4$
$q=-5-4=-9$

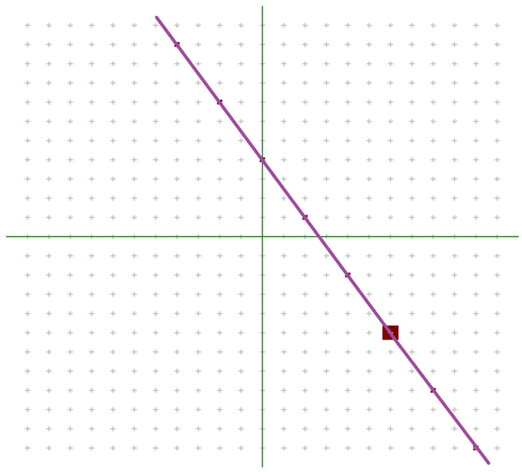
$y=\frac{2}{3}x-9$

Intersezione

$-2x+4=\frac{1}{2}x-1\rightarrow ....\rightarrow x=2$
$y=\frac{1}{2}\cdot 2-1=1-1=0 \qquad y=6\cdot\frac{2}{3}-9=4-9=-5$
$P(2;0)$

$-\frac{3}{2}x+4=\frac{2}{3}x-9\rightarrow ....\rightarrow x=6$
$y=\frac{2}{3}\cdot 6-9=4-9=-5$
$A(6;-5)$





Nell'esempio di destra i punti A e P coincidono: questo perché il punto A appartiene alla retta.