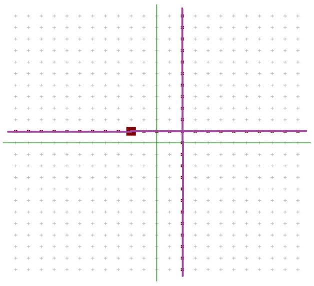
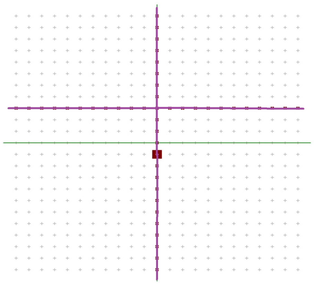
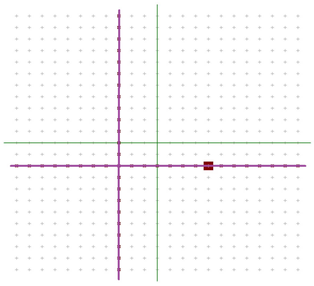
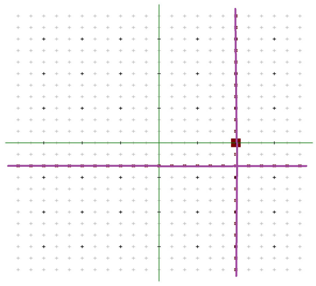
Retta perpendicolare passante per un punto

Dati una retta ed un punto, esiste una sola retta perpendicolare a quella data passante per quel punto. Rappresentando graficamente le rette e il punto, si otterranno due rette perpendicolari di cui quella trovata passa per il punto.
Servirà per le rette oblique introdurre il concetto di antireciproco.

Rette orizzontali e verticali

Una retta perpendicolare ad una orizzontale (verticale) è verticale (orizzontale). Pertanto se la retta data è nella forma $x = ...$ ($y = ...$), quella da trovare ha la forma $y = ...$ ($x = ...$), prendendo il numero mancante dalla coordinata y (dalla coordinata x) del punto P: la coordinata della retta data e l'altra coordinata del punto non hanno alcuna importanza. La retta perpendicolare alla retta $x = 2$ passante per $P(-2; 1)$ ha equazione $y = 1$, la retta perpendicolare alla retta $y = 3$ passante per $P(0; -1)$ ha equazione $x = 0$. La retta perpendicolare alla retta $x = -\frac{1}{4}$ passante per $P\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right)$ ha equazione $y = -\frac{1}{6}$, la retta perpendicolare alla retta $y = -\frac{2}{3}$ passante per $P(2; 0)$ ha equazione $x = 2$. Queste le rappresentazioni grafiche dei quattro problemi (negli ultimi due bisogna prima portare a denominatore comune)

Antireciproco di un numero

Dato un numero diverso da 0, il suo reciproco si ottiene scambiando il numeratore con il denominatore (ricordando che un numero intero è una frazione con denominatore 1). L'antireciproco è l'opposto del reciproco, ossia quello in cui, oltre a scambiare i termini, viene anche cambiato il segno. Ecco alcuni esempi:

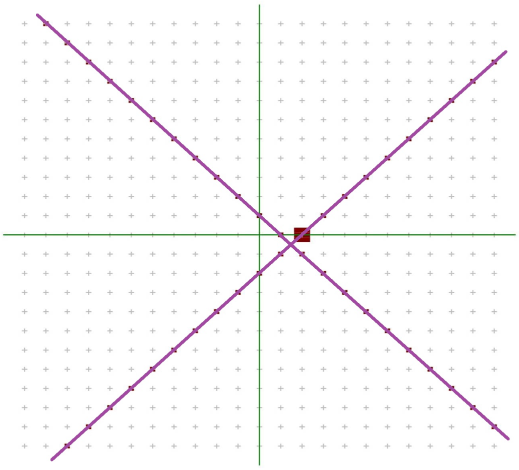
	$\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{6}$	4	1	-1
Reciproco	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{5}$	-6	$\frac{1}{4}$	1	-1
Antieciproco	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{5}$	6	$-\frac{1}{4}$	-1	1

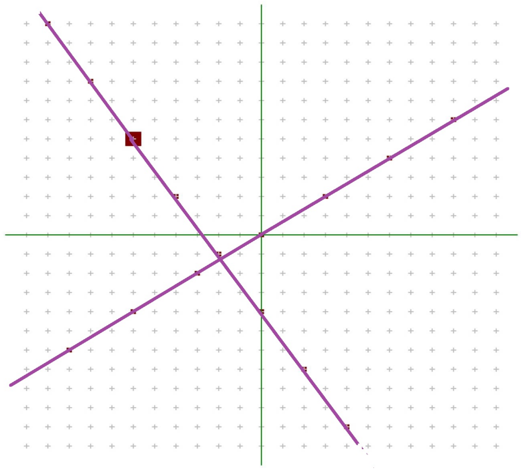
Rette oblique

Due rette perpendicolari oblique sono caratterizzate dall'antireciprocità dei coefficienti angolari. Pertanto dato un punto P e una retta, la retta perpendicolare a quella data passante per quel punto è quella avente pendenza antireciproca rispetto a quella data e passante per P: la q della retta data è irrilevante. Ad esempio, ecco come si trova la retta perpendicolare a $y = -x + 1$ passante per $P(2; 0)$

$$m = 1 \qquad mx = 1 \cdot 2 = 2 \qquad q = y - mx = 0 - 2 = -2 \qquad y = x - 2$$

Qui sotto a sinistra la rappresentazione grafica della retta data, del punto dato e della retta trovata (perpendicolare e passante per il punto).





Un altro esempio, la cui rappresentazione grafica è qui sopra a destra: la retta perpendicolare a $y = \frac{2}{3}x$ passante per $P(-6; 5)$

$$m = -\frac{3}{2} \qquad mx = -\frac{3}{2} \cdot (-6) = 9 \qquad q = y - mx = 5 - 9 = -4 \qquad y = -\frac{3}{2}x - 4$$

Ora due esempi con coordinate frazionarie (dunque da portare a denominatore comune prima della rappresentazione grafica).

Perpendicolare a: $y = 3x - \frac{2}{3}$
Passante per: $P\left(1; -\frac{2}{3}\right)$

$m = -\frac{1}{3}$

$mx = -\frac{1}{3} \cdot 1 = -\frac{1}{3}$
$q = y - mx = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

Perpendicolare a: $y = -\frac{1}{2}x$
Passante per: $P\left(\frac{1}{6}; -\frac{1}{3}\right)$

$m = 2$

$mx = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$
$q = y - mx = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$

$y = 2x - \frac{2}{3}$