

# Numeri relativi

Un numero relativo è composto da due parti: il segno (positivo o negativo) e il valore assoluto (numero privo di segno). In assenza di segno, quest'ultimo è positivo, pertanto i numeri positivi possono anche essere scritti come assoluti (cioè senza segno). Lo zero è l'unico valore che non cambia in presenza del segno negativo: pertanto scrivere  $-0$  non è sbagliato, ma il segno negativo è inutile. Due numeri diversi da zero si dicono concordi se hanno lo stesso segno, discordi se hanno segno diverso. Due numeri discordi si dicono opposti se hanno lo stesso valore assoluto.

## Somme algebriche

Una somma algebrica è un'insieme di numeri da sommare: si scrivono in successione con il loro segno, e solo il primo, se positivo, può essere scritto senza segno. La somma algebrica di due numeri si svolge secondo le seguenti regole

- La somma algebrica di due numeri concordi mantiene lo stesso segno e ha per valore assoluto la somma dei due valori assoluti. Ad esempio:

$$2 + 1 = 3 \qquad -2 - 3 = -5 \qquad -1 - 5 = -6 \qquad -4 - 3 = -7 \qquad -2 - 2 = -4$$

- La somma algebrica di due numeri discordi con valore assoluto diverso prende il segno dal numero con maggior valore assoluto e ha per valore assoluto la differenza fra i due valori assoluti

$$-2 + 3 = 1 \qquad -4 + 1 = -3 \qquad 5 - 2 = 3 \qquad 1 - 6 = -7 \qquad -3 + 9 = 6$$

- La somma algebrica di due numeri opposti è zero

$$-2 + 2 = 0 \qquad -4 + 4 = 0 \qquad 5 - 5 = 0 \qquad 1 - 1 = 0 \qquad -3 + 3 = 0$$

- Se uno dei numeri è zero (in tal caso, come già visto, il suo segno non ha importanza), si ignora e il risultato è l'altro numero

$$0 + 2 = 2 \qquad 0 - 5 = -5 \qquad 3 + 0 = 3 \qquad -1 + 0 = -1 \qquad 0 + 0 = 0$$

Da notare che in tutti gli esempi dal risultato positivo, il segno non è stato scritto (sarebbe superfluo, sebbene non sbagliato, scrivere davanti il segno  $+$ ).

Alcuni esempi riproducono situazioni che possono essere scambiati per addizioni o sottrazioni di numeri assoluti: non ha importanza come vengono considerati, il risultato è lo stesso: ad esempio, l'operazione  $6 - 2$ , che venga vista come una normale sottrazione o come la somma di 6 con  $-2$  il risultato è comunque 4.

Se i numeri sono più di due, la procedura comune è di sommare i primi due, a questi aggiungere il terzo, e così via.

$$-2 + 6 + 1 - 8 - 3 = 4 + 1 - 8 - 3 = 5 - 8 - 3 = -3 - 3 = -6$$

Ma si possono anche sommare in ordine diverso, anche facendo i gruppi: e un altro dei modi più comuni è quello di sommare fra loro i numeri positivi e, separatamente, quelli negativi, e poi sommare i due numeri ottenuti. L'esempio precedente si svolge come (da notare che il  $+$  che nell'operazione originale si trova davanti al 6 non serve metterlo qui sotto, dove diventa il primo numero)

$$6 + 1 = 7 \qquad -2 - 8 - 3 = -13 \qquad 7 - 13 = -6$$

Un'operazione opportuna è quella di eliminare (se ve ne sono) le coppie di opposti.

$$-2 - 7 + 5 + 2 + 4 - 5 = -7 + 4 = -3$$

Sono state eliminate le coppie  $\pm 2$  e  $\pm 5$  (il segno  $\pm$  serve per indicare la coppia di numeri opposti). Nulla avrebbe vietato di risolverlo in una delle maniere viste precedentemente, il risultato non sarebbe cambiato.

Più in generale, un'operazione che aiuta a semplificare è quella di eliminare gruppi di numeri la cui somma è zero. Ad esempio, la somma  $-7 + 3 + 9 + 4$  ha come risultato 9, dato che si può eliminare  $-7 + 3 + 4$  e rimane soltanto  $+9$ . Tuttavia, mentre le coppie di opposti sono abbastanza evidenti, non è facile individuare gruppi di questo tipo.

# Somma e sottrazione di numeri relativi

Come già visto, i numeri positivi (e anche lo zero) possono essere trattati come numeri assoluti. I numeri negativi, invece, vanno inseriti con il loro segno. Siccome non è lecito scrivere due segni consecutivi, i numeri negativi vanno messi tra parentesi. Tali segni vengono eliminati cambiando il segno davanti, ottenendo in tal modo una somma algebrica:

$$2 - (-5) - 4 + (-3) = 2 + 5 - 4 - 3 = 0$$

Più in generale, un'espressione contenente operazioni tra parentesi si risolve in questo modo:

- Se il risultato all'interno di una parentesi è positivo o zero, si scrive senza segno e si elimina la parentesi
- Se il risultato all'interno di una parentesi è negativo, la parentesi va lasciata, e solo nel passaggio successivo la si elimina cambiando il segno davanti (come visto precedentemente).

Ecco un esempio:

$$-5 + (-2 - 3 - 4 + 5) - 1 - (4 - 5 - 2) - (-3 - 1) + (2 - 3 + 4) = -5 + (-4) - 1 - (-3) - (-4) + 3 = -5 - 4 - 1 + 3 + 4 + 3 = 0$$

Se ci sono parentesi a vari livelli, la risoluzione consiste in due passaggi per ogni parentesi: un primo passaggio in cui eventuali risultati negativi vanno lasciati nella parentesi, poi, se vi sono risultati negativi, si toglie la parentesi cambiando il segno fuori da essa.

$$\begin{aligned} & -\{-(-6 + 2) + 1 + [3 + 1 - (8 - 3 - 6) - (-3 + 6 - 3)] + (-2 - 5)\} + [1 - (-2)] = \\ & = -\{-(-4) + 1 + [3 + 1 - (-1) - 0] + (-7)\} + [1 + 2] = -\{4 + 1 + [3 + 1 + 1 - 0] - 7\} + 3 = -\{4 + 1 + 5 - 7\} + 3 = -3 + 3 = 0 \end{aligned}$$

## Prodotto di numeri relativi

Il prodotto e la divisione di due numeri relativi ha come valore assoluto il risultato dell'operazione tra i valori assoluti, e come segno il prodotto dei segni secondo questa regola:

$$+ \cdot + = + \quad + \cdot - = - \quad - \cdot + = - \quad - \cdot - = +$$

Ecco alcuni esempi: ancora una volta, non essendo ammessi due segni consecutivi, se il secondo numero è negativo, lo si mette tra parentesi; si continua ad omettere il segno positivo

$$2 \cdot (-3) = -6 \quad 2 \cdot (-1) = -2 \quad -3 \cdot (-4) = 12 \quad 12 : (-3) = -4 \quad 8 : (-1) = -8 \quad -10 \cdot (-5) = 2$$

Se le operazioni sono più di una, si può reiterare questa regola, ma per quanto riguarda il segno è più comodo seguire questa regola: se i segni negativi sono in numero pari, il risultato è positivo, se sono in numero dispari, il risultato è negativo

$$12 : (-3) : (-2) = 12 : 3 : 2 = 2 \quad 4 \cdot 5 : (-2) = -4 \cdot 5 : 2 = -10 \quad -10 \cdot (-6) : 4 : (-3) = -10 \cdot 6 : 4 : 3 = -5$$

## Espressioni algebriche

Il caso più semplice consiste in una somma algebrica di prodotti. Per risolvere una simile operazione è consigliato porre un separatore prima di ogni segno (positivo o negativo) fuori dalle parentesi, eccetto che davanti all'eventuale segno iniziale. Per ognuna delle parti, si calcola il segno (contando i segni negativi) e si svolge l'operazione tra i valori assoluti, infine si risolve la somma algebrica.

$$\begin{aligned} & -3 * (-2) + 2 * 5 : (-1) - (-4) * (-4) : 8 + 5 - 12 : (-6) = -3 * (-2) | + 2 * 5 : (-1) | - (-4) * (-4) : 8 | + 5 | - 12 : (-6) = \\ & = 3 * 2 - 2 * 5 : 1 - 4 * 4 : 8 + 5 + 12 : 6 = 6 - 10 - 2 + 5 + 2 = 1 \end{aligned}$$

Se la parentesi contiene delle operazioni, vanno prima risolte (prima le moltiplicazioni e le divisioni, poi le addizioni e le sottrazioni)

$$\begin{aligned} & 7 + (5 - 2 * 7) * 2 + (-6 + 2 * 7) : (-2) + (-3) * (-6) = 7 + (5 - 14) * 2 + (-6 + 14) : (-2) + (-3) * (-6) = \\ & = 7 + (-9) * 2 + 8 : (-2) + (-3) * (-6) = 7 - 9 * 2 - 8 : 2 + 3 * 6 = 7 - 18 - 4 + 18 = 3 \end{aligned}$$

In presenza di parentesi di livelli diversi, ogni parentesi va risolta in tre passaggi: risoluzione di moltiplicazioni e divisioni, risoluzione di addizioni e sottrazioni, eliminazione delle parentesi con numero negativo.

$$\begin{aligned} & -(7 - 3 * 3) - [8 - (-1 + 2 * 3)] + [-6 + 2 : (-3 + 2)] : [-17 + (-3 + 6) * 5] = \\ & -(7 - 9) - [8 - (-1 + 6)] + [-6 + 2 : (-3 + 2)] : [-17 + (-3 + 6) * 5] = -(-2) - [8 - (-1 + 6)] + [-6 + 2 : (-1)] * [-17 + 3 * 5] = \\ & = 2 - [8 - 5] + [-6 - 2 : 1] : [-17 + 3 * 5] = 2 - [8 - 5] + [-6 - 2] : [-17 + 15] = 2 - 3 + [-8] : [-2] = 2 - 3 + 8 : 2 = 2 - 3 + 4 = 3 \end{aligned}$$